

基于温度场分布的功能梯度材料设计与优化*

高晓兵¹, 万能², 刘军强¹

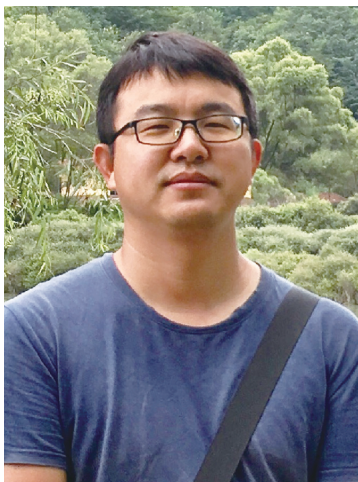
(1. 西安工业大学机电工程学院, 西安 710032;

2. 西北工业大学教育部现代设计与集成制造技术重点实验室, 西安 710072)

[摘要] 针对功能梯度材料零件建模与分析的模型割裂问题, 实现了共用 NURBS 基函数的几何与材料并行建模及热传导分析。考虑制备工艺建立材料模型, 采用泊松方程作为材料场控制函数, 运用等几何分析方法求解材料场分布。分析材料的瞬态热传导, 建立梯度材料零件的材料分布优化模型并运用有效集法获得最优材料分布结果。结果表明, 共用 NURBS 基函数的功能梯度材料建模及材料分布优化方法对工程实际具有指导意义, 实现了梯度材料的一体化建模、分析与优化。

关键词: 功能梯度材料; 材料建模; 等几何分析; 瞬态热传导; 梯度材料优化

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2018.19.016



高晓兵

博士、讲师, 研究方向为工程优化、数控加工技术等, 主持国家兵器预研专项等基金项目 3 项, 参与陕西省教育厅基金、兵科院装备基金等各类基金项目 5 项, 发表学术论文 12 余篇。

航空航天领域对材料具有非常苛刻的性能要求, 例如客机高速飞行中机身壳体一侧需要承受空气摩擦而产生的高达 2100K 的高温, 另一侧需要保证足够的强度和韧性^[1], 涡轮发动机叶片如 C3X 叶片, 外表面要求抗氧化、耐高温, 内冷通道则应具备良好的机械力学性能和导热性, 显然传统的单一均质材料已经无法满足。作为新型材料的代表, 功能梯度材料(Functionally Gradient Materials, FGM)由两种或者多种材料组成, 其组成材料的体积分数沿着某个方向呈连续变化, 因而具备许多传统材料不具备的优势, 例如, 物理性能连续变化、无明显界面存在、降低了界面应力等^[2], 使得它在机械设

计领域具有极大的应用前景。

目前, 有关功能梯度材料的材料建模及此类结构在热环境中的响应分析一直是研究热点, 学者们对此做了大量研究工作。例如, 在非均质实体建模方面, 臧婷^[3]将 NURBS 方法应用于非均质实体的造型设计之中, 形成一整套的非均质自由型实体造型方法。朱玉芳等^[4]通过构建微四面体空间单元的离散逼近几何零件, 实现了梯度材料建模。Wang 等^[5]研究了基于网格数据的几何材料表示以及材料设计。张贺等^[6]针对几何形状、材料分布复杂的功能梯度材料零件, 提出了一种从材料空间映射到几何空间的建模思想并建立了梯度材料模型。

梯度材料的热环境相应分析方面, 曹蕾蕾^[7]系统地推导出指数型、二次型和三角函数型功能梯度材料

* 基金项目: 陕西省工业科技攻关资助项目(2015GY061); 西安工业大学校长基金资助项目(XAGDXJJ1304)。

稳态热传导方程的基本解,并首创了基本解有限梯度元方法,对功能梯度材料板的稳态、瞬态热传导问题进行了研究。蓝林华等^[8]针对功能梯度材料的二维瞬态热传导问题,提出了一种有效的降维精积分法,通过空间坐标的分步离散,将原二维问题的精细积分转化为一系列一维问题的精细积分。陈建桥等^[9]将无网格局部彼得罗夫-伽辽金方法应用于功能梯度材料的三维瞬态热传导问题,推导了三维瞬态热传导问题的基本方程。

功能梯度材料零件的几何建模和材料建模的统一以及功能梯度材料零件热分析及材料分布优化尚需更深入的研究。本文提出了功能梯度材料共用NURBS基函数的几何与材料的统一模型,并采用等几何方

法求解了曲面的材料场以及温度场,建立了优化材料分布的模型,提升了功能梯度材料分布设计能力。

功能梯度材料建模

功能梯度材料建模的目的是求得几何模型内部任意一点处的材料组分。本文采用共用NURBS基函数建立几何和材料的统一模型,依据梯度材料制备工艺所遵循的泊松方程,表达功能梯度材料的材料分布。NURBS样条的表达式为:

$$x = \sum_{i=1}^n R_i(\xi) d_i \quad (1)$$

式中, d_i 表示控制顶点; $R_i(\xi)$ 表示NURBS基函数。基于非均质实体建模方法^[10]由NURBS样条理论定义的功能梯度材料参数模型可以表示为:

$$P_m = \sum_{i=1}^n R_i(\xi) Q_i \quad (2)$$

式中, $Q_i = (d, f)$ 是功能梯度材料NURBS样条的控制顶点,其中, d 表示几何形状控制顶点; f 表示材料体积分控制顶点。

设计区域边界处的材料组分信息往往由设计人员确定,结合材料制备中扩散现象的物理原理,假设组成功能梯度材料零件的各相材料在零件内部分布规律符合泊松方程^[10]。选用二维平面上的正方形进行验证。该正方形平板的几何模型如图1(a)所示,正方形控制顶点及权重如图1(b)所示。假设平板下边界均由材料A组成,即 $f_1=1, f_2=0$; 平板上边界均由材料B组成,即 $f_1=1, f_2=1$ 。材料体积分随着 y 坐标值变化,运用等几何分析法计算材料场分布,得到

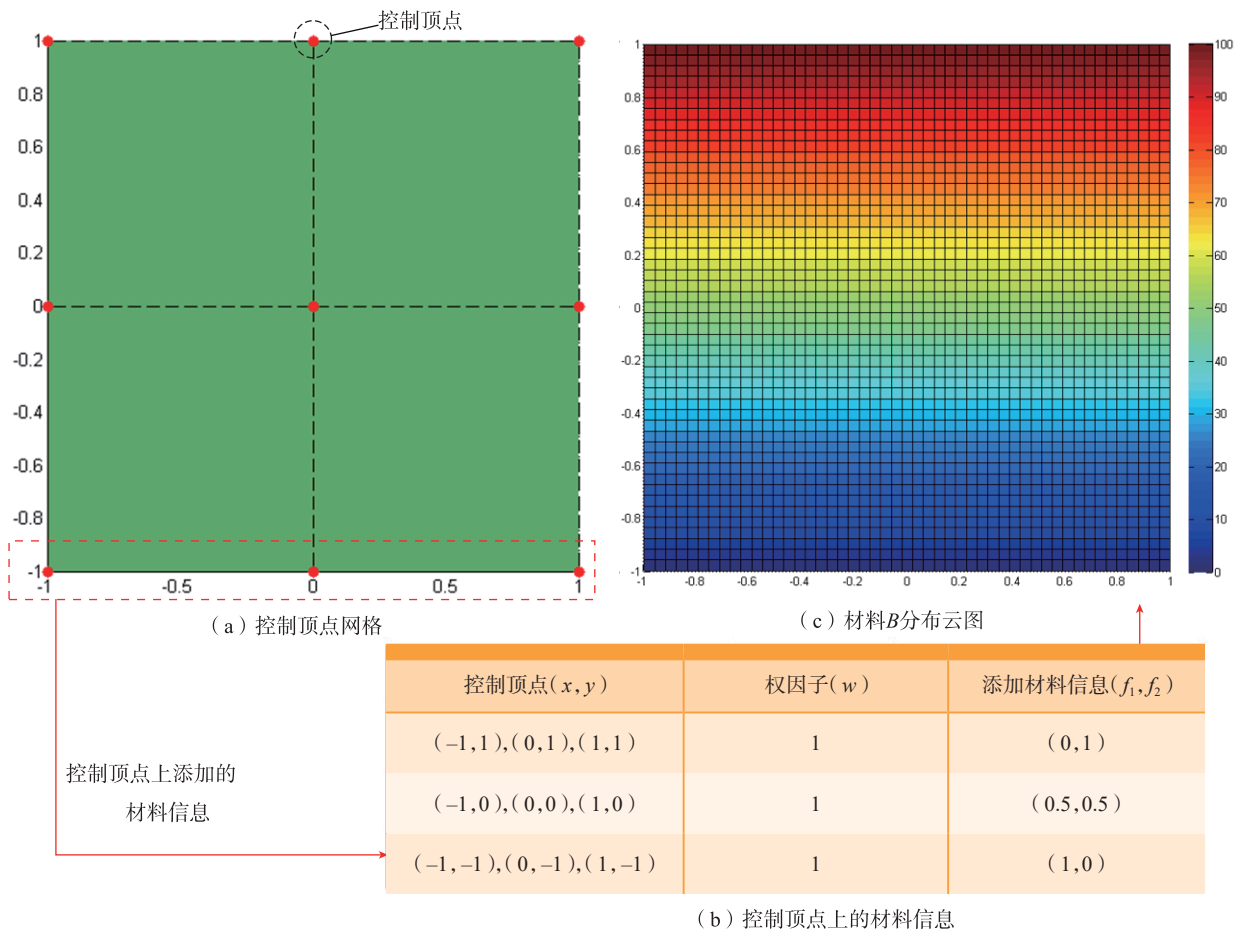


图1 正方形功能梯度材料平板建模
Fig.1 Square functionally gradient material plate modeling

平板内控制顶点上的材料信息(图 1 (b))以及材料 B 梯度分布结果(图 1 (c)),显然符合材料 B 从上边界到下边界梯度分布,体积分数由 100% 递减到 0 的条件。由于平板内任意一点处的材料均由材料 A、B 组成且已知材料 B 的分布云图,易得与图 1(c) 互补的材料 A 的分布云图。

瞬态热传导分析及材料优化

由于功能梯度材料零件内组分材料的过渡呈梯度特性,热传导性能也不同于均质零件,因此功能梯度材料零件的热传导分析研究就显得十分必要,并且理论上通过调整材料分布,可以优化零件的热传导性能。

1 功能梯度材料的瞬态热传导

与均质材料的热传导分析问题不同,功能梯度材料零件各处的密度,比热容和导热系数因材料组分变化而不同。将功能梯度材料零件在空间域上细分为若干单元,当单元数足够多时,每一单元可被看作为均质单元。非均质单元的密度,比热容以及导热系数分别采用以下等效模型计算^[11]:

平均密度: $\bar{\rho} = v_1\rho_1 + v_2\rho_2 + \dots + v_N\rho_N$

等效比热容:

$$\bar{c} = \frac{v_1\rho_1c_1 + v_2\rho_2c_2 + \dots + v_N\rho_Nc_N}{\bar{\rho}}$$

等效导热系数 $\bar{\lambda}$ 满足方程:

$$v_1 \frac{\lambda_1 - \bar{\lambda}}{\lambda_1 + 2\bar{\lambda}} + v_2 \frac{\lambda_2 - \bar{\lambda}}{\lambda_2 + 2\bar{\lambda}} + \dots + v_N \frac{\lambda_N - \bar{\lambda}}{\lambda_N + 2\bar{\lambda}} = 0$$

其中, v_i 、 ρ_i 、 c_i 、 λ_i ($i=1,2,\dots,N$) 代表单元内某处材料 i 的体积分数、密度、比热容和导热系数。由此,功能梯度材料零件的瞬态热传导问题即可转化为一组均质单元上的瞬态热传导问题。对于温度场为 $t(x,y,z,\tau)$,其某一非均质单元上的瞬态热传导基本方程如下^[12]:

$$\bar{\rho}\bar{c} \frac{\partial t}{\partial \tau} - \nabla \cdot (\bar{\lambda} \nabla t) = q \quad (3)$$

其中, ρ 表示密度; c 表示比热容; λ 表示导热系数; q 表示热源的发热率

密度。上述方程适用于二维平面、空间曲面、空间实体,因此基本覆盖了工程中常见的热传导问题。以平行四边形的功能梯度材料平板为例,计算其在指定边界条件下的瞬态温度场分布。

假设平行四边形功能梯度平板如图 2 (a) 左所示,材料 A 和材料 B 的物理参数如图 2 (a) 右所示。规定平板左边界及右边界上分别为 100% 材料 A 和 100% 材料 B,运用等几何分析法计算出材料 A 分布结果如图 2 (b) 所示,可见材料 A 从左边界到右边界梯度分布,体积分数从 100% 递减到 0,对应材料 B 从右边界到左边界梯度分布,体积分数从 0 递增到 100%。假定平板下边界上通过 $100\text{J}/(\text{cm}\cdot\text{s})$ 的热流(该数值参照材料比热容设定的热流大小,便于显示温度分布变化),零件上其余区域温度初始值为 0,热源的发热率密度为 0,通过均质单元划分的等几何分析方法计算 100s 时平板上的温度场分布结果,如图 2 (c) 所示。

2 功能梯度材料的材料优化

功能梯度材料零件边界上的材料组分通常需要设计人员根据经验提前给定。假设工程实际中某功能

梯度材料零件边界上的材料组分未知,即无法获得该零件内部的材料分布,但是在边界上规定了某些材料体积分数的取值范围。现需要在该取值范围内寻求最优的边界材料组分分配,以避免零件整体在一定时间内出现较大的温差,产生热应力影响零件的机械性能和使用寿命等。由此,建立如下材料优化模型:

优化变量: 材料 M_i ($i=1,2,\dots,N$) 在边界 j 的百分比 m_j^i ;

优化目标: 某时刻零件的最高及最低温度相差最小,建立如下目标函数:

$$f = \min(\max(T(m_j^i)) - \min(T(m_j^i))), \quad a_{ij} \leq m_j^i \leq b_{ij} \quad (4)$$

其中, a_{ij} 、 b_{ij} 为材料的体积数,其值依材料分布设计要求而定, T 为零件内某时刻的温度场函数,即指定零件内任意一点,即可通过该函数获得该点处此时的温度值。

功能梯度材料零件的每一次优化都会首先在边界上指定各材料组分,即确定边界各材料体积分数。根据 NURBS 功能梯度零件几何材料耦合模型,通过等几何分析法求得该模型在给定的瞬态热传导问题中的温度场分布结果。该问题属于带约

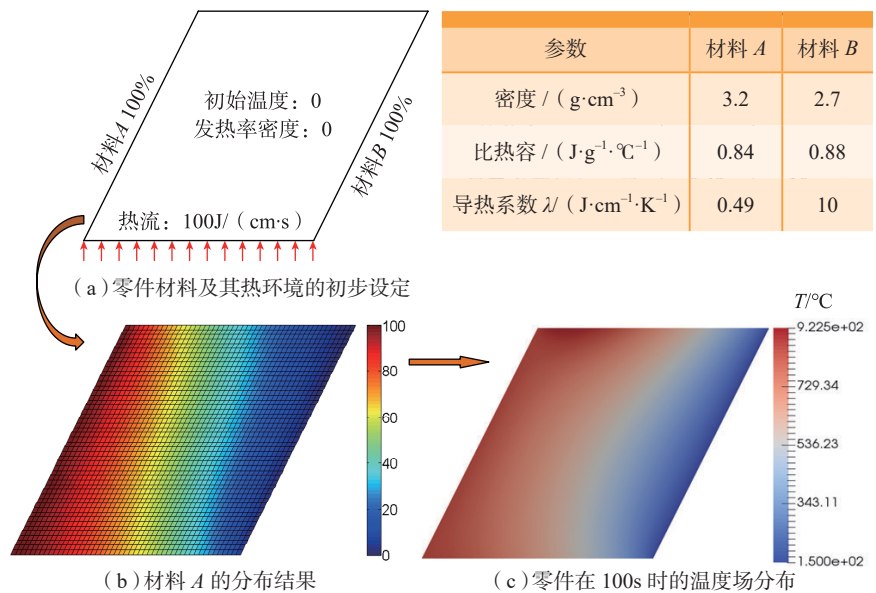


图 2 功能梯度零件的瞬态热传导分析

Fig.2 Transient thermal analysis of functionally gradient material part

束的非线性优化问题,本文优化程序中采用有效集法求解。

实例验证

目前叶片加工在研发设计梯度表面上有合金涂层,通常由 Al-SiC 两种材料构成,通过激光融覆法制备。故设计如下实例,现有曲面及相关参数如图 3 所示。假设曲面边界 2 上通过热流 $100\text{J}/(\text{cm}\cdot\text{s})$,曲面温度初始值设定为 0 ,热源的发热率密度为 0 。假设该曲面区域内有 SiC 陶瓷和 Al6061 两种材料梯度分布,且要求在 100s 时曲面内的温差最小。

进行材料优化前,假设材料 SiC

陶瓷从边界 1 到边界 3 梯度变化,边界 1、边界 3 上材料的体积分数分别为 100% 和 0 。现设定边界 1 材料 SiC 陶瓷上不低于 90% ,边界 3 上不高于 10% 。建立如下优化模型:

$$\begin{aligned} &\text{优化变量: } A_1, A_2 \\ &\text{优化目标: } f = \min(\max(T(A_1, A_2)) - \min(T(A_1, A_2))) \\ &\text{优化约束: } \begin{cases} 90\% \leq A_1 \leq 100\% \\ 0 \leq A_2 \leq 20\% \end{cases} \end{aligned}$$

材料优化前的 SiC 陶瓷材料分布及其对应的 100s 时温度场分布如图 4 (a) 所示。采用有效集算法进行材料优化计算,得到的曲面材料分布及其对应的 100s 时温度场分布如

图 4 (b) 所示。

表 1 列出了优化前后材料边界条件及对应温度场中最大、最小温度及温差的具体数值。从优化前后对比的结果可以看出,导热系数较好的 Al6061 增多,使得曲面上的温差显著减少,符合一般规律。

结论

本文针对功能梯度材料零件,实现了共用 NURBS 基函数的几何与材料的并行建模和瞬态热传导分析,采用泊松方程作为材料场控制函数,求得材料场分布。将功能梯度材料零件等效为均质单元,实现了对功能梯度材料零件的瞬态热传导分析。建立零件内材料分布优化模型并运用有效集算法获得最优的材料分布结果,完善了功能梯度材料零件的材料设计过程。本文的特点在于始终针对同一非均质 NURBS 模型进行分析计算,保证了几何模型在各个阶段之间传递的一致性,减少了模型传递导致的误差。实现了梯度材料的一体化建模、分析和优化,为后续在 CAD 软件上的实施提供了可能。

参考文献

[1] 马涛,赵忠民,刘良祥,等. 功能梯度材料的研究进展及应用前景[J]. 化工科技, 2012, 20(1): 71-75.
 MA Tao, ZHAO Zhongmin, LIU Liangxiang, et al. The research development and future application of functionally graded materials[J]. Science & Technology in Chemical Industry, 2012, 20(1): 71-75.
 [2] 仲政,吴林志,陈伟球. 功能梯度材料与结构的若干力学问题研究进展[J]. 力学进展, 2010, 40(5): 528-541.
 ZHONG Zheng, WU Linzhi, CHEN Weiqiu. Progress in the study on mechanics problems of functionally graded materials and structures[J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(5): 528-541.
 [3] 臧婷. 基于 NURBS 的非均质实体建模方法研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2013.

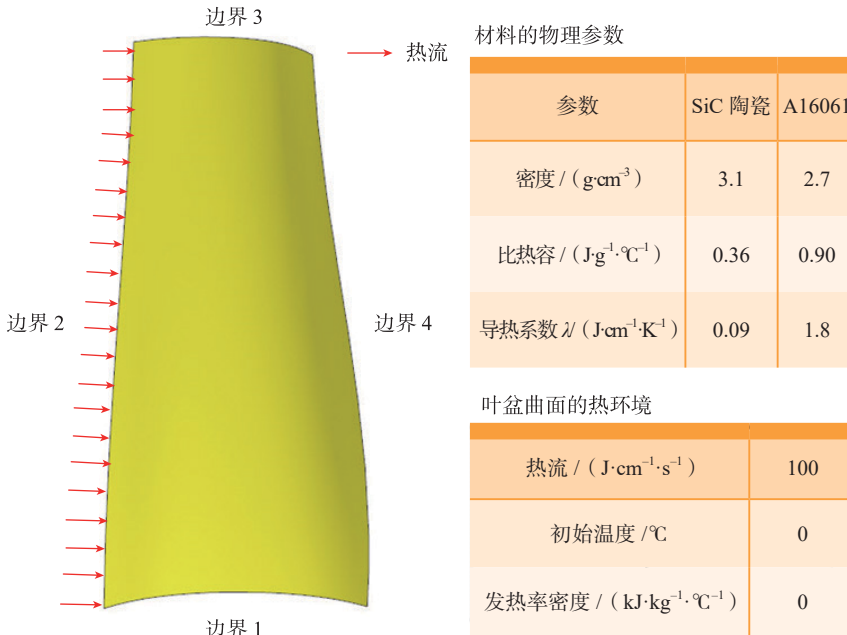


图 3 曲面模型及相关参数

Fig.3 Surface model and related parameters

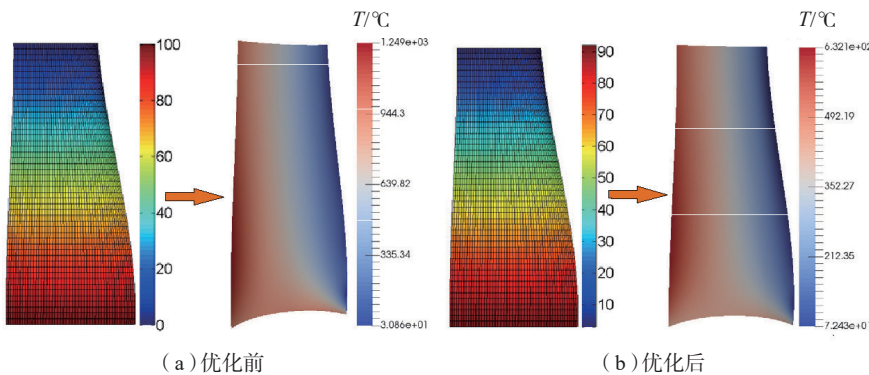


图 4 优化前后曲面材料分布及 100s 时温度场对比

Fig.4 Surface material distribution and 100s temperature comparison before and after optimization

表1 优化前后材料边界条件及对应温度场结果

Table 1 Material boundary conditions and corresponding temperature field results before and after optimization

状态	边界 1 上的 SiC 含量 /%	边界 3 上的 SiC 含量 /%	最高温度 /℃	最低温度 /℃	温差 /℃
优化前	100	0	1249	31	1218
优化后	92.1	8.3	632	72	560

ZANG Ting. Research on heterogeneous object modeling based on NURBS method[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2013.

[4] 朱玉芳, 杨继全, 王昌明. 基于空间微四面体的异质材料零件建模方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(1): 150-155.

ZHU Yufang, YANG Jiquan, WANG Changming. Micro-tetrahedral-based representation for heterogeneous objects modeling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(1): 150-155.

[5] WANG J, CARSON J K, NORTH M F, et al. A new approach to modelling the effective thermal conductivity of heterogeneous materials[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2006, 49(17): 3075-3083.

[6] 张贺, 敬石开, 周竞涛, 等. 基于从材料空间到几何空间映射思想的功能梯度材料建模方法[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(8): 2014-2021.

ZHANG He, JING Shikai, ZHOU Jingtao, et al. Functionally graded materials modeling

based on thought of mapping from material space to geometrical[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(8): 2014-2021.

[7] 曹蕾蕾. 功能梯度材料板热传导问题的基本解算法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2011.

CAO Leilei. The numerical methods based on fundamental solution for heat conduction problem in functionally graded material plates[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2011.

[8] 蓝林华, 富明慧, 程正阳. 功能梯度材料瞬态热传导问题的降维精细积分法[J]. 固体力学学报, 2010, 31(4): 406-410.

LAN Linhua, FU Minghui, CHENG Zhengyang. Decrement-Dimensional precise time integration of 2-D transient heat conduction equation for functionally graded materials[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2010, 31(4): 406-410.

[9] 陈建桥, 丁亮. 功能梯度材料瞬态热传导问题的 MLPG 方法[J]. 华中科技大学

学报(自然科学版), 2007(4): 119-121.

CHEN Jianqiao, DING Liang. A MLPG method of transient heat transference in FGMs[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2007(4): 119-121.

[10] 万能, 段永吉, 杜珂. 考虑制备工艺的功能梯度材料零件设计建模[J]. 计算机集成制造系统, 2018, 24(4): 946-955.

WAN Neng, DUAN Yongji, DU Ke. Functionally gradient materials component modeling considering manufacture process[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(4): 946-955.

[11] 郭英奎, 梁新刚, 张寅平. (相变) 复合材料瞬态导热性能的简化计算方法[J]. 太阳能学报, 2001(1): 40-45.

GUO Yingkui, LIANG Xingang, ZHANG Yiping. Simplified method for analyzing the transient thermal performance of composite (phase change) material[J]. Acta Energetica Solaris Sinica, 2001(1): 40-45.

[12] 张驰, 张硕, 校金友. 基于边界元的功能梯度材料瞬态热传导仿真[J]. 计算机仿真, 2013, 30(12): 25-29.

ZHANG Chi, ZHANG Shuo, XIAO Jinyou. Simulation study on transient heat conduction in functionally graded materials by boundary element method[J]. Computer Simulation, 2013, 30(12): 25-29.

通讯作者: 高晓兵, E-mail: ggcu@163.com。

Research on Design and Optimization of Functionally Gradient Materials Based on Temperature Distribution

GAO Xiaobing¹, WAN Neng², LIU Junqiang¹

(1. School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China;

2. Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

[ABSTRACT] Focusing on the problem of model dissevering from modeling to analysis of functionally gradient material, this paper proposed concurrent modeling and heat conduction analysis both using NURBS basis function, used poisson equation as the control function of material field considering manufacture process to model functionally gradient material, solved material distribution with the method of isogeometric analysis, performed the optimization model of material distribution of functionally gradient material part with analyzing of the transient thermal conduction of the material, retrieved the optional result of material distribution by the method of active set. The result shows that the method of concurrent modeling with NURBS basis function of functionally gradient material and material distribution optimizing realized integrated modeling, analyzing and optimizing of gradient material.

Keywords: Functionally gradient material; Material modeling; Isogeometric analysis; Transient heat conduction; Gradient material optimizing

(责编 铃兰)